

Prof. Dr. Alfred Toth

Interne und externe duale Chiasmen

1. Wir gehen aus von der allgemeinen Form eines ternären semiotischen Dualsystems

$$DS: ZKl = (3.x, 2.y, 1.z) \times RTh = (z.1, y.2, x.3)$$

und bilden die Trajektion. Zusätzlich geben wir die systemischen Funktionen der trajektischen Teilrelationen an (vgl. Toth 2026a).

$$\begin{array}{ccccccc} 3.2 & \underline{x.y} & | & \underline{2.1} & y.z & \times & z.y & \underline{1.2} & | & \underline{y.x} & 2.3 \\ U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} & \times & U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} \end{array}$$

2. In Toth (2026b) hatten wir duale chiasmatische Relationen untersucht. Diese konvertieren in semiotischen Systemen zusätzlich die monadischen Teilrelationen der in chiasmatischer Relation stehenden Dyaden, d.h. nicht nur

$$\begin{array}{cc} ab & cd \\ & \diagdown \quad \diagup \\ & X \\ & \diagup \quad \diagdown \\ cd & ab, \end{array} \quad \text{sondern} \quad \begin{array}{cc} ab & cd \\ & \diagdown \quad \diagup \\ & X \\ & \diagup \quad \diagdown \\ dc & ba. \end{array}$$

Nun können die in Toth (2026b) freigelegten dualen Chiasmen der Form

$$\begin{array}{ccccccc} 3.2 & \underline{x.y} & | & \underline{2.1} & y.z & & z.y & \underline{1.2} & | & \underline{y.x} & 2.3 \\ & \diagdown & & \diagup & & & \diagdown & & \diagup & & \\ \times & z.y & \underline{1.2} & | & \underline{y.x} & 2.3 & \times & 3.2 & \underline{x.y} & | & \underline{2.1} & y.z \end{array}$$

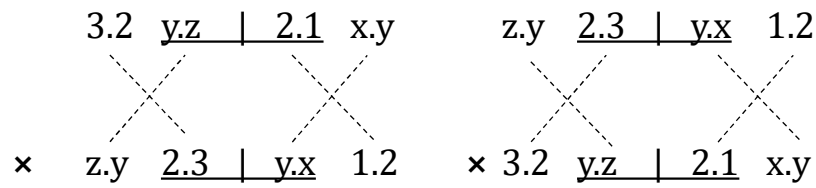
als externe kategorisiert werden, da sie den trajektischen Rand jedes Dualsystems transgredieren. Es sind allerdings auch interne duale Chiasmen möglich, bei denen die chiasmatischen Relationen den trajektischen Rand nicht tangieren. Dazu wenden wir die Transformation

$$\tau: Sys^{lo} \rightleftharpoons U^{ro}$$

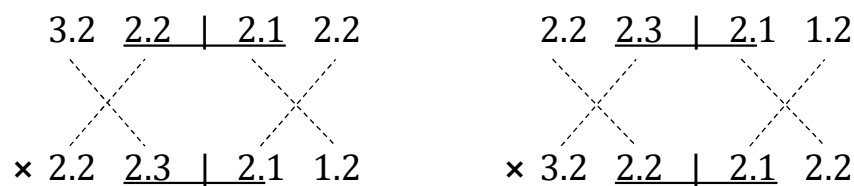
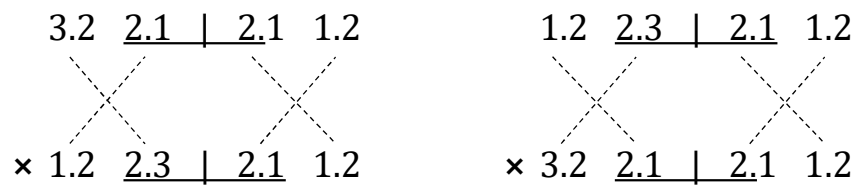
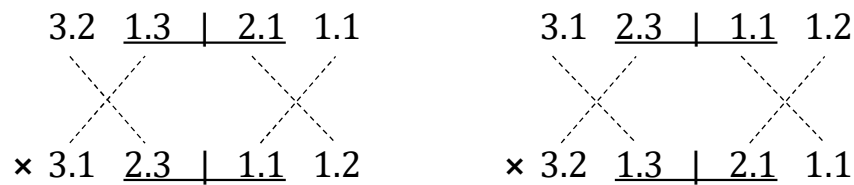
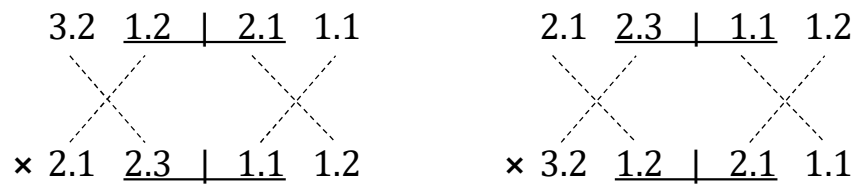
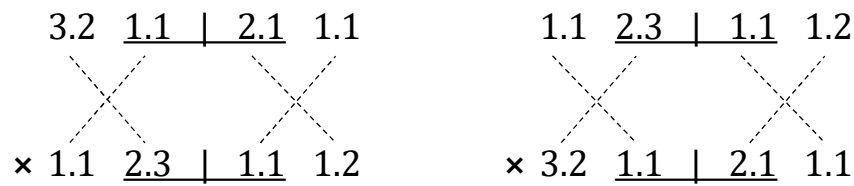
an:

$$\begin{array}{ccccccc} 3.2 & \underline{x.y} & | & \underline{2.1} & y.z & \times & z.y & \underline{1.2} & | & \underline{y.x} & 2.3 \\ U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} & \times & U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} \\ & & & & & & \Downarrow & & & & \\ 3.2 & \underline{y.z} & | & \underline{2.1} & x.y & \times & z.y & \underline{2.3} & | & \underline{y.x} & 1.2 \\ U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} & \times & U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} \end{array}$$

Wir haben dann



2. Im folgenden stellen wir das Gesamtsystem der $3^3 = 27$ ternären semiotischen Relationen in der Form von Paaren vertikaler Trajektion dar und bestimmen die internen dualen chiastischen Relationen.



$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 1.3 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 1.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.1} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.1} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 1.3 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3.2 \quad \underline{3.2} \mid \underline{2.1} \quad 1.3 \\ \times 2.3 \quad \underline{2.3} \mid \underline{3.1} \quad 1.2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 2.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.1} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{3.2} & | & \underline{2.1} & 1.3 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{3.3} & | & \underline{2.1} & 1.3 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.1} & 1.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.1} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{3.3} & | & \underline{2.1} & 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{1.1} & | & \underline{2.1} & 2.1 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 1.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.2} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.2} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{1.1} & | & \underline{2.1} & 2.1 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 2.1 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 2.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.2} & 1.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} 2.1 & \underline{2.3} & & & \underline{1.2} & & & 1.2 \\ & \diagdown & & & \diagup & & & \\ & & & & & & & \\ \times & 3.2 & \underline{1.2} & & \underline{2.1} & & & 2.1 \\ & \diagup & & & \diagdown & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{1.3} & | & \underline{2.1} & 2.1 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.2} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} 3.1 & \underline{2.3} & & & 1.2 & \underline{1.2} & & \\ & \times & & & & & & \\ \times & 3.2 & \underline{1.3} & & 2.1 & \underline{2.1} & & \\ & & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{2.1} & | & \underline{2.1} & 2.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 1.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.2} & 1.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.2} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{2.1} & | & \underline{2.1} & 2.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{2.2} & | & 2.1 & 2.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 2.2 & \underline{2.3} & | & 2.2 & 1.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cc|cc} 2.2 & \underline{2.3} & 2.2 & 1.2 \\ & & & \\ \times 3.2 & \underline{2.2} & 2.1 & 2.2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 2.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.2} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3.2 \quad \underline{2.3} \mid \underline{2.2} \quad 1.2 \\ \times 3.2 \quad \underline{2.3} \mid \underline{2.1} \quad 2.2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 1.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.2} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.2} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{3.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 2.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.2} & 1.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 2.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.2} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{3.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{3.3} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.2} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.2} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{3.3} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 3.2 & \underline{1.1} & | & \underline{2.1} & 3.1 & \\ & \diagdown & & & & \diagup & \\ \times & 1.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.3} & 1.2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.3} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{1.1} & | & \underline{2.1} & 3.1 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 3.1 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 2.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.3} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 2.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.3} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 3.1 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{1.3} & | & \underline{2.1} & 3.1 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.3} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.1 & \underline{2.3} & | & \underline{1.3} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{1.3} & | & \underline{2.1} & 3.1 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 3.2 & \underline{2.1} & | & \underline{2.1} & 3.2 & \\ & \diagdown & & & & \diagup & \\ \times & 1.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.3} & 1.2 & \\ & \diagup & & & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.3} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{2.1} & | & \underline{2.1} & 3.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{2.2} & | & \underline{2.1} & 3.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 2.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.3} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 2.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.3} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{2.2} & | & \underline{2.1} & 3.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 3.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.3} & 1.2 \end{array}$$

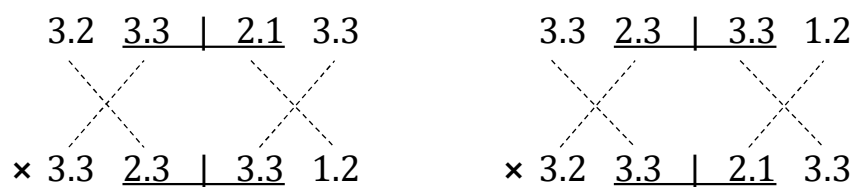
$$\begin{array}{ccccccc} & 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.3} & 1.2 & \\ & \diagdown & & & & \diagdown & \\ \times & 3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 3.2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 3.3 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times 1.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.3} & 1.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.3} & 1.2 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 3.3 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3.2 & \underline{3.2} & | & \underline{2.1} & 3.3 \\ & \diagdown & & \diagup & \\ \times & 2.3 & 2.3 & | & 3.3 & 1.2 \\ & \diagup & & \diagdown & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccc} & 2.3 & \underline{2.3} & | & \underline{3.3} & 1.2 \\ & \diagdown & & & \diagup & \\ \times & 3.2 & 3.2 & | & 2.1 & 3.3 \\ & \diagup & & & \diagdown & \end{array}$$



Literatur

Toth, Alfred, Systeme und Umgebungen semiotischer Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026a

Toth, Alfred, Duale Chiasmen und chiastische Dualität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026b

17.1.2026